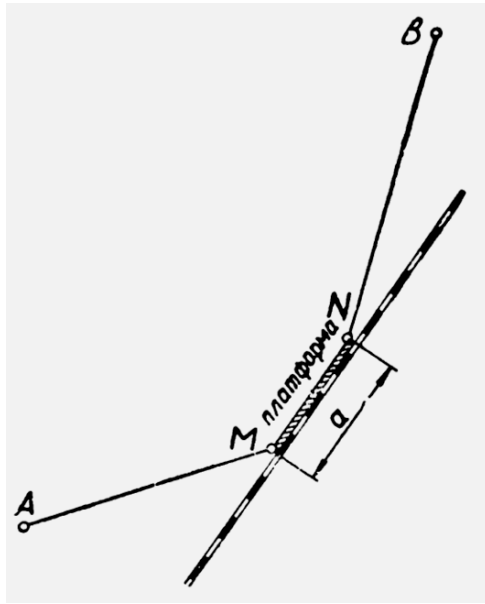


Peron optimális elhelyezése

Előző dolgozatunkban – melynek címe: *Útépités folyón áthaladva* – már megbeszéltünk két hasonló, az [1] műből vett optimalizálási feladatot. Folytatjuk ezt a sort.

A feladat – 1. ábra



1. ábra – forrása: [1]

A vasút – melyet egyenes vonal jelöl – egyik oldalán található az **A** és **B** falu. Határozzuk meg, hogy hogyan kell elhelyezni a vasút mellett az **a** hosszúságú **MN** peront, hogy a falvakat az állomással összekötő **AM** és **NB** út hossza a legrövidebb legyen!

A megoldás – 2. ábra

A követendő lépések az alábbiak.

1. Az **A** pontot az **MN** vektorral eltoljuk az **A'** pontba.
2. A **B** pontot tükrözzük a sín tengelyvonalára, kapjuk a **B*** pontot.
3. Az **A'** és **B*** pontok összekötő egyenesé metszi a peron szélének egyenesét az **N'** pontban.
4. Az **N'** pontból a peronszél egyenesé mentén felhordjuk a **-MN** vektort, kapjuk az **M'** pontot.
5. A keresett megoldást az **AM'** és az **N'B** szakaszok adják.

A megoldás során az eredeti feladatot visszavezettük egy klasszikus szélsőérték - feladatra.

M3. A fenti peronos / platformos feladat megtalálható a [3] munkában is; utóbbi (is) középiskolásoknak, illetve tanáraiknak szánt segédanyag.

M4. A klasszikusként emlegetett feladat – ha még nem lenne egyértelmű – az alábbi – [3].

Задача 1. Дана прямая l и две точки A и B по одну сторону от нее. Найти на прямой l такую точку M , чтобы сумма $AM + MB$ была наименьшей.

Можно представить себе следующий случай, приводящий к решению этой задачи. Туристы разбили палатку в пункте A , расположенном недалеко от берега l реки. В другом пункте B находится костер. Одному из туристов предстоит взять в палатке ведро, наполнить его водой на реке и принести к костру. Берег реки считается строго прямолинейным; никаких препятствий на местности нет. Спрашивается, какой путь будет наиболее выгодным для туриста (т. е. самым коротким)?

Решение. Рассмотрим точку B' , симметричную точке B относительно прямой l (рис. 24). Тогда для любой точки N прямой l мы имеем $NB = NB'$ (теорема 2, § 5), и потому

$$AN + NB = AN + NB'.$$

Таким образом, сумма $AN + NB$ равна длине ломаной ANB' . Следовательно, наименьшую величину сумма расстояний $AN +$

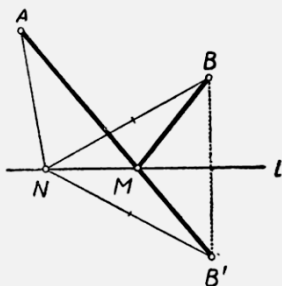


Рис. 24.

$+NB$ будет иметь в том случае, если наименьшую длину будет иметь ломаная ANB' . Но это будет в том случае, когда ломаная ANB' обратится в отрезок прямой, т. е. в случае, когда роль точки N играет точка M пересечения прямой l с отрезком AB' . Эта точка M и является искомой (рис. 24).

3. ábra – forrása: [3]

A feladat:

Adott az l egyenes és két pont, A és B , az egyenes egy oldalán. Határozzuk meg az l egyenes azon M pontját, melyre az $AM + MB$ összeg a legkisebb lesz!

A megoldás:

Tekintsük a B' pontot, mely B tükörképe az l egyenesre. Akkor az l egyenes egy tetszőleges N pontjára kapjuk, hogy $NB = NB'$. Ily módon az $AN + NB$ összeg egyenlő az ANB' töröttvonal hosszával. Következésképpen az $AN + NB$ összeg abban az esetben lesz a legkisebb, ha az ANB' töröttvonal a legkisebb hosszát veszi fel. Ez csak abban az esetben következik be, ha az ANB' töröttvonal tart egy egyenes szakaszhoz, vagyis abban az esetben, amikor az N pont az AB' szakasz és az l egyenes M metszéspontjának szerepét játsza. Ez az M pont a keresett pont.

(Kicsit szájbarágós, de nem feledhetjük, hogy 9. osztályosoknak szólt – 1963 - ban. Vajon ma nálunk mi lehet ezzel a helyzet?)

M5. Most is megemlítjük, hogy nem mindegy, hogy a falvakat jelképező **A** és **B** pontok hol találhatók a falvakban: az elején, a közepén, stb. Ugyanis az **A** és **B** pontok tényleges helyétől lényegesen függhet a vizsgált teljes úthossz.

Források:

[1] – **V. G. Boltjanszkij ~ I. M. Jaglom:** Preobrazovanyija. Vektorü
Poszobije dlja ucsityelej

Izd. „, Proszvescsenyije”, Moszkva, 1964.

[2] – **Tasnádi Péter ~ Skrapits Lajos ~ Bérces György:** Mechanika I.
Dialóg Campus Kiadó, Budapest - Pécs, 2004.

[3] – **V. G. Boltjanszkij ~ I. M. Jaglom:** Geometrija
Ucseбноje poszobije dlja 9 klassza szrednyej skolü
Ucspedgiz, Moszkva, 1963.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2020. 11. 03.

Továbbiak: <https://galgoczi.net/>